

Lista 1

Podziały figur i twierdzenie Pitagorasa

Instytut Matematyczny UWr

Zajęcia uniwersyteckie SP76 klasa 7E

1. W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątne mają długości 9 i 12. Oblicz długość przeciwprostokątnej.
2. W trójkącie prostokątnym jedna z przyprostokątnych ma długość 24, a przeciwprostokątna 25. Oblicz długość drugiej przyprostokątnej.
3. W trójkącie prostokątnym jedna z przyprostokątnych ma długość 35, a przeciwprostokątna 37. Oblicz długość drugiej przyprostokątnej.
4. Krótszy bok pewnego prostokąta ma długość 5, a jego przekątna długość 13. Oblicz pole tego prostokąta.
5. W rombie o boku długości 5 jedna z przekątnych ma długość 6. Oblicz pole tego rombu.
6. Dany jest deltoid $ABCD$, w którym $AB = BC = 3$ oraz $CD = DA = 4$, a ponadto kąty przy wierzchołkach A i C są proste. Oblicz długość przekątnej AC .
7. Dany jest trójkąt ABC , w którym $AC = BC = 5$. Wysokość tego trójkąta poprowadzona z wierzchołka A ma długość 4. Oblicz długość wysokości trójkąta ABC poprowadzonej z wierzchołka C .
8. Podstawa trójkąta równoramiennego ma długość 24, a ramię ma długość 13. Oblicz pole tego trójkąta.
9. W trapezie o wysokości 12 ramiona mają długości 15 i 20, a dolna podstawa ma długość 60. Jak jest długość górnej podstawy?
10. Jeśli w poprzednim zadaniu wyszło Ci, że długość górnej podstawy jest jednoznacznie wyznaczona z warunków zadania, rozwiąż je ponownie, tym razem poprawnie.
11. Jeśli teraz wyszło Ci, że długość górnej podstawy może przyjmować jedną z dwóch wartości, rozwiąż zadanie jeszcze raz, tym razem naprawdę poprawnie.
12. Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$, w którym

$$AB = CD = 2, \quad BC = 1, \quad \sphericalangle ABC = \sphericalangle ACD = 90^\circ.$$

Oblicz długość boku AD .

13. Ile wynosi pole trójkąta równobocznego o boku 1?
14. Oblicz pole trójkąta o bokach długości $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ i $\sqrt{13}$.

15. Pewien monitor ma przekątną ekranu długości 24 cali (około 60 centymetrów). Stosunek szerokości do wysokości tego monitora to $4 : 3$. Jakie są jego wymiary?

16. Czy do autokaru jadącego na obóz matematyczny do Lewina Kłodzkiego, którego otwór luku bagażowego ma wymiary $90\text{cm} \times 60\text{cm}$ zmieści się tablica której wymiary to $170\text{cm} \times 100\text{cm}$?

17. Podziel trójkąt o kątach $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ na dwa trójkąty równoramienne.

Uwaga: Trójkąt równoboczny też jest równoramienny.

18. Podziel trójkąt o kątach $13^\circ, 77^\circ, 90^\circ$ na dwa trójkąty równoramienne.

19. Podziel trójkąt o kątach $36^\circ, 36^\circ, 108^\circ$ na dwa trójkąty równoramienne.

20. Podziel trójkąt o kątach $36^\circ, 72^\circ, 72^\circ$ na dwa trójkąty równoramienne.

21. Podziel trójkąt o kątach $35^\circ, 70^\circ, 75^\circ$ na dwa trójkąty równoramienne.

22. Podziel trójkąt o kątach $35^\circ, 40^\circ, 105^\circ$ na dwa trójkąty równoramienne.

23. Podziel trójkąt o kątach $20^\circ, 40^\circ, 120^\circ$ na dwa trójkąty równoramienne. Podaj dwa różne rozwiązania.

24. Podziel kwadrat o boku 7 na:

a) kwadrat o boku 3, kwadrat o boku 4 oraz cztery trójkąty prostokątne o bokach 3, 4, 5.

b) kwadrat o boku 5 oraz cztery trójkąty prostokątne o bokach 3, 4, 5.

Jaki związek między polami kwadratów o bokach 3, 4 i 5 wynika z tych podziałów?

25. Podziel kwadrat o boku 23 na:

a) kwadrat o boku 8, kwadrat o boku 15 oraz cztery trójkąty prostokątne o bokach 8, 15, c .

b) kwadrat o boku c oraz cztery trójkąty prostokątne o bokach 8, 15, c .

Jaki związek między polami kwadratów o bokach 8, 15, c wynika z tych podziałów?

26. Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości a i b oraz przeciwprostokątnej długości c . Podziel kwadrat o boku $a + b$ na:

a) kwadrat o boku a , kwadrat o boku b oraz cztery trójkąty prostokątne o bokach a , b , c .

b) kwadrat o boku c oraz cztery trójkąty prostokątne o bokach a , b , c .

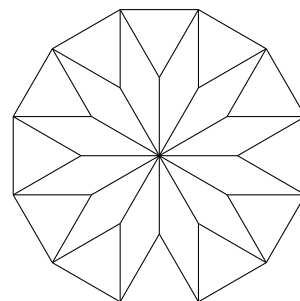
Jaki związek między polami kwadratów o bokach a , b i c wynika z tych podziałów? Wywnioskuj z tego związku równość zawierającą a , b i c .

- 27.** Podziel trójkąt równoboczny o boku 2 na trójkąty równoboczne o boku 1.
- 28.** Podziel trójkąt równoboczny o boku 3 na trójkąty równoboczne o boku 1.
- 29.** Niech n będzie liczbą naturalną większą od 1. Jak można podzielić trójkąt równoboczny o boku n na trójkąty równoboczne o boku 1? Ile jest trójkątów podziału?
- 30.** Podziel sześciokąt foremny o boku 1 na trójkąty równoboczne o boku 1.
- 31.** Podziel dwunastokąt foremny o boku 1 na trójkąty równoboczne o boku 1 i kwadraty o boku 1.
- 32.** Ile wynoszą pola figur opisanych w zadaniach **27** – **31**?
- 33.** Oblicz pole rombu o kątach $60^\circ, 120^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ i bokach długości 1.
- 34.** Oblicz pole trójkąta o kątach $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$ i ramionach długości 1.
- 35.** Oblicz pole trapezu o bokach długości 1, 1, 1, 2.
- 36.** Oblicz pole trapezu o kątach $30^\circ, 30^\circ, 150^\circ, 150^\circ$, dłuższej podstawie długości 5 i wysokości 1.

ZADANIA KONKURSOWE

K1. (Zdolny Ślązak 2020/2021) W trójkącie prostokątnym ABC , w którym $AC = 12$ cm, poprowadzono odcinek CD tak, że $AD = 9$ cm. Odcinek BD jest o 2 cm krótszy niż odcinek AD . O ile jest krótszy odcinek CD od odcinka CB ?

K2. (Zdolny Ślązak 2019/2020) Dwunastokąt foremny podzielono tak, jak na rysunku, na 12 jednakowych rombów i 12 jednakowych trójkątów. Każdy z rombów ma pole 1. Oblicz pole tego dwunastokąta.



Rysunek do zadania K2

K3. (1 etap OMJ 2020/2021) Dany jest trójkąt ABC , w którym $AC = BC = 5$. Wysokość tego trójkąta poprowadzona z wierzchołka A ma długość 4. Oblicz długość wysokości trójkąta ABC poprowadzonej z wierzchołka C .

ad K3. Jeśli w poprzednim zadaniu udało ci się znaleźć tylko jedną możliwą długość, to tak jak ponad dwie trzecie uczestników przeoczyłeś drugie rozwiązanie. Ale teraz możesz być od nich lepszy – wystarczy, że je znajdziesz.

K4. (etap testowy OMJ 2012/2013) W czworokącie $ABCD$ kąty ABC i BCD są proste. Czy wynika z tego, że $AB^2 + BD^2 = AC^2 + CD^2$?

K5. (etap testowy OMJ 2013/2014) Przekątne czworokąta wypukłego $ABCD$ są prostopadłe. Czy wynika z tego, że

- a) czworokąt ten jest kwadratem?
- b) czworokąt ten jest rombem?
- c) $AB^2 + CD^2 = BC^2 + DA^2$?